

Λογισμικά για Συμβολικούς Υπολογισμούς : ένα Συγκριτικό Τεστ Ελεύθερων και Εμπορικών Λογισμικών

Αλκιβιάδης Ακρίτας¹, Κυριακή Τσιλικά²

¹Τμήμα Μηχανικών Η/Υ, Τηλεπικοινωνιών και Δικτύων Πανεπιστημίου Θεσσαλίας
akritas@uth.gr

²Τμήμα Οικονομικών Επιστημών Πανεπιστημίου Θεσσαλίας
ktsilika@uth.gr

Περίληψη

Η εργασία παρουσιάζει ένα συγκριτικό τεστ που αφορά τη διδακτική αξιοποίηση των μαθηματικών λογισμικών στα συμβολικά μαθηματικά. Παρουσιάζουμε τις επιλογές τεσσάρων μαθηματικών λογισμικών που πραγματοποιούν συμβολικούς υπολογισμούς, δύο εμπορικών και πιο διαδεδομένων (MATLAB και *Mathematica*) και δύο ελεύθερων (Xcas και (wx)Maxima). Η συγκρίσεις εστιάζονται στις διαφορές που παρουσιάζουν οι διεπιφάνειες των λογισμικών και στον τρόπο με τον οποίο η πληροφορία του χρήστη ορίζεται και επιστρέφει από τον πυρήνα. Ελέγχεται το εργαλείο υποβολής του συμβολικού υπολογισμού ως προς την παιδαγωγική αξιοποίησή του, η υπολογιστική ισχύς ή το υπολογιστικό κόστος δε συγκρίνεται ή αξιολογείται.

Λέξεις κλειδιά: μαθηματικό λογισμικό, συμβολικοί υπολογισμοί.

1. Εισαγωγή

Τα προγράμματα συμβολικών υπολογισμών αποτελούν συστατικό στοιχείο της εκπαίδευσης των νέων επιστημόνων [Τραχανάς (2001); Καλαβάσης κ.α. (1997)]. Κρίνονται ότι είναι αποτελεσματικά, πλήρη, άμεσα, με λιγότερα λάθη σε σχέση με τις παραδοσιακές γραπτές μεθόδους επίλυσης ή με γλώσσες αριθμητικού προγραμματισμού για να φέρουν εις πέρας οποιοδήποτε συμβολικό έργο με αποκλειστική χρησιμοποίηση των εντολών των προγραμμάτων. Λαβαίνοντας υπόψη τις χρήσεις, τη χρησιμότητα, τις δυνατότητες συμπεριλαμβανομένων και κάποιων αδύνατων σημείων, τα προγράμματα συμβολικών υπολογισμών δεν είναι γενικής χρήσης εργαλεία για όλα τα απαντώμενα προβλήματα που διατυπώνονται με μαθηματικά. Ενδείκνυται μόνο για την κλάση των μαθηματικών προβλημάτων που μπορούν να διατυπωθούν κατά τρόπο που να γίνονται «κατανοητά» από υπολογιστή.

2. Το Μαθηματικό Πακέτο Λογισμικού MATLAB

Το MATLAB (MATrix LABoratory) αρχικά σχεδιάστηκε για υπολογισμούς με πίνακες. Η βασική εργαλειοθήκη συμβολικών υπολογισμών του MATLAB (Symbolic Math Toolbox) περιέχει 100 και πλέον συναρτήσεις του MATLAB με το στυλ σύνταξης της γλώσσας του MATLAB (δουλεύει σε MATLAB έκδοση 6 ή μεταγενέστερη) (βλ. [Quarteroni et al. (2006); Αλεξανδρόπουλος κ.α. (2006)]). Η υπολογιστική μηχανή που αναλαμβάνει τη λειτουργία της εργαλειοθήκης είναι ο πυρήνας του Maple. Μάλιστα, η εργαλειοθήκη του MATLAB επιτρέπει χρήση των συναρτήσεων του πακέτου γραμμικής άλγεβρας του Maple. Για εξειδικευμένους συμβολικούς υπολογισμούς κατάλληλες εργαλειοθήκες είναι οι Partial Differential Equation Toolbox, Financial Toolbox, Financial Derivatives Toolbox, Optimization Toolbox.

Βασικό προαπαιτούμενο για να πραγματοποιηθούν οι συμβολικοί υπολογισμοί στο MATLAB είναι η εντολή `sym`. Η εντολή αυτή επιτρέπει στο χρήστη να ορίζει συμβολικές μεταβλητές αριθμούς και αντικείμενα. Π.χ. για τη μεταβλητή x ή για το τριώνυμο f γράφουμε

```
x = sym('x')
```

```
f = sym('a*x^2 + b*x + c')
```

ή για πολλές οντότητες μαζί `syms a b c x`, ακόμα και για σταθερές `f = sym('5')` ή με πιο εξειδικευμένες επιλογές `syms x y real` και για αφηρημένες συναρτήσεις `f = sym('f(x)')`.

Οι κυριότερες συναρτήσεις για πράξεις με συμβολικές εκφράσεις είναι `diff`, `int`, `jacobian`, `limit`, `symsum`, `taylor`, `factor`, `simplify`, `jordan`, `subexpr`, `subs`, `solve`, `dsolve`, `finverse`, `fourier`, `laplace`, `ztrans`.

Το μειονέκτημα του MATLAB είναι ότι ο τρόπος γραφής των παραστάσεων εισόδου (input) και των αποτελεσμάτων (output) είναι κατανοητός μόνο από χρήστες εξοικειωμένους σε υπολογιστικά περιβάλλοντα. Ο συνήθης μαθηματικός συμβολισμός και η καθιερωμένη γραφή των μαθηματικών εκφράσεων παρουσιάζει αποκλίσεις από την μαθηματική γραφή στο MATLAB. Π.χ.

```
>> syms a b c x
```

```
S = a*x^2 + b*x + c;
```

```
m=solve(S) (απ' όπου παίρνουμε τον τύπο ριζών τριωνύμου)
```

```
m = 1/2/a*(-b+(b^2-4*a*c)^(1/2))
```

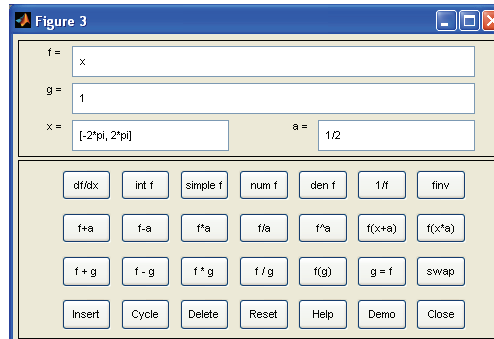
```
1/2/a*(-b-(b^2-4*a*c)^(1/2))
```

Ακόμα κι αν επικαλεστούμε τη συνάρτηση pretty, το αποτέλεσμα εξακολουθεί να είναι δυσανάγνωστο:

```
>> pretty(m)
```

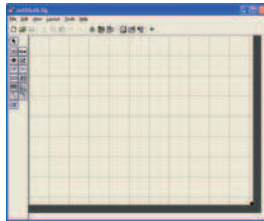
```
[          2          1/2]
[  -b + (b  - 4 a c)  ]
[1/2 -----]
[          a          ]
[          ]
[          2          1/2]
[  -b - (b  - 4 a c)  ]
[1/2 -----]
[          a          ]
```

Κατά τη χρήση στην εκπαιδευτική διαδικασία, μειονέκτημα αποτελεί και το γεγονός, ότι, για κάθε κατηγορία συμβολικών υπολογισμών δεν υπάρχουν εξειδικευμένα μενού επιλογών στη διεπιφάνεια του MATLAB. Η εντολή `funtool` επιτρέπει το συμβολικό χειρισμό τυχαίων συναρτήσεων με πλήκτρα:



Εικόνα 1. Η γραφική διεπιφάνεια της εντολής `funtool`

Ασφαλώς υπάρχει η δυνατότητα κατασκευής γραφικής διεπιφάνειας χρήστη (graphical user interface ή GUI) που αντιστοιχεί σε ενσωματωμένη εργαλειοθήκη του MATLAB (ή εργαλειοθήκη κατασκευασμένη από τον χρήστη), με ενεργά πλήκτρα και διαδραστικές επιλογές αλλά, οι απαιτούμενες δεξιότητες για την κατασκευή της είναι υψηλού επιπέδου.



Εικόνα 2. Ο επεξεργαστής μιας γραφικής διεπιφάνειας χρήστη

3. Το Μαθηματικό Πακέτο Λογισμικού Mathematica

Οι συμβολικές δυνατότητες αποτελούν την καρδιά και το δυνατό σημείο της *Mathematica* [Trott (2006); Wolfram (1999)]. Ο χρήστης έχει πρόσβαση σε πολλούς πρωτότυπους αλγορίθμους μέσα από ένα σχετικά μικρό αριθμό συναρτήσεων. Οι συμβολικές και άλλες δυνατότητες της *Mathematica* έχουν τόσες εφαρμογές που αποτελούν πεδίο έρευνας και δημοσιεύονται στο επιστημονικό περιοδικό *The Mathematica Journal* (<http://www.mathematica-journal.com>). Η συμβολική αρχιτεκτονική της *Mathematica* επιτρέπει στις συμβολικές παραστάσεις να ενοποιούνται με αριθμητικούς υπολογισμούς και γραφικές απεικονίσεις.

Ο ορισμός μαθηματικών συναρτήσεων γίνεται με τα σύμβολα «:=», οι αφηρημένες συναρτήσεις ορίζονται με `function[variable]`, π.χ. `f[x],g[x]`, οι συμβολικές μεταβλητές δεν χρειάζεται να οριστούν, αρκεί να ονομάζονται με πεζά γράμματα. Οι εντολές για τις πράξεις `Factor`, `D`, `Integrate`, `FourierTransform`, `Solve`, `Reduce`, `Root`, `CylindricalDecomposition`, `Eliminate`, `Resultant`, `GroebnerBasis`, `DSolve`, `Limit`, και `Series` είναι οι πιο σημαντικές συναρτήσεις στην ενότητα των συμβολικών υπολογισμών.

Τα αρχεία που δημιουργούνται είναι είτε απλά αρχεία υπολογισμών γνωστά ως σημειωματάρια (*notebooks*) της *Mathematica*, είτε *slide shows*, είτε παρουσιάσεις, είτε αρχεία κειμένου με δυνατότητες αποθήκευσης σε μορφές `.txt`, `.tex`, `.html`, `.rtf`, `.pdf`, `ps`.

Στα κελιά εισαγωγής (*input*) έχουμε επιλογές στον τρόπο γραφής του μαθηματικού κειμένου: υπάρχει η δυνατότητα γραφής σε μονοδιάστατες εγγραφές με αποκλειστική χρήση του πληκτρολογίου π.χ. `Integrate[1/(x^3+1),{x,0,1}]` και υπάρχει και η δυνατότητα χρήσης των πλήκτρων της εργαλειοθήκης, γράφοντας δισδιάστατες παραστάσεις:

$$\frac{1}{x^3+1}$$

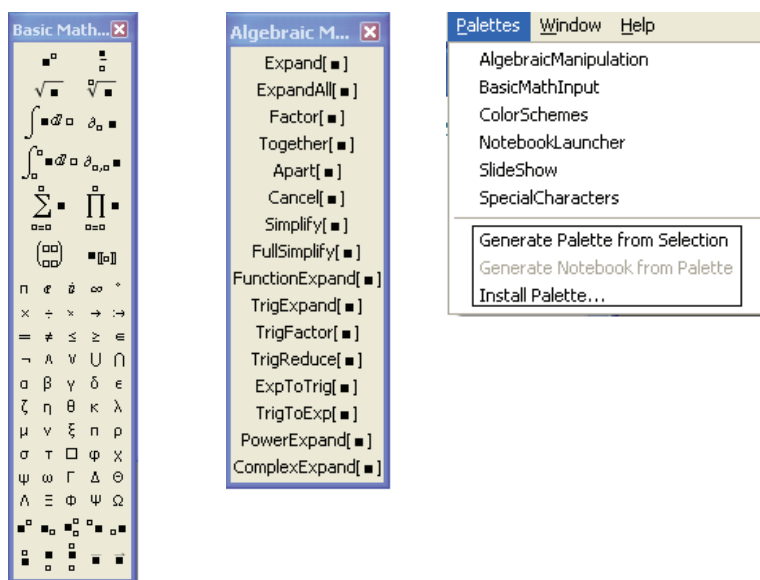
Στην τρέχουσα έκδοση 8, έχει γίνει ενσωμάτωση της μηχανής αναζήτησης *wolfram alpha* (www.wolframalpha.com) στη διεπιφάνεια της *Mathematica*, ώστε στα κελιά

εισαγωγής υπολογισμών να μπορεί ο χρήστης να γράφει απλό κείμενο ή κείμενο με συμβατικούς μαθηματικούς συμβολισμούς. Π.χ.:

derivative of $x^4 \sin x$, $d/dx(e^{ax})$, derivative of x^2+y^2 in the direction $(1,1)$,

integrate $\sin x \, dx$ from $x=0$ to π , $y''+y=0$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} x/|x|$ as $x \rightarrow 0^+$

Για τα συνήθη μαθηματικά σύμβολα, τελεστές και αλγεβρικούς μετασχηματισμούς διατίθενται παλέτες με συντομεύσεις. Επιπλέον παρέχεται η δυνατότητα να δημιουργούνται παλέτες από τον χρήστη:



Εικόνα 3. Ενσωματωμένες παλέτες και η επιλογή Palettes

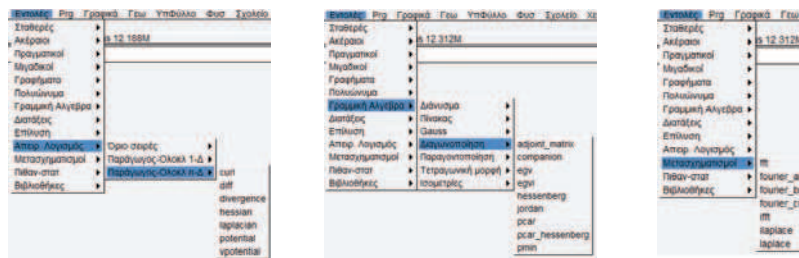
Στα κελιά εξόδου αποτελεσμάτων (output) έχουμε την καθιερωμένη εμφάνιση μαθηματικού κειμένου (ως προς τους παρονομαστές, τους εκθέτες, τις ρίζες) και προαιρετικά, με επιπλέον βελτίωση από τη συνάρτηση TraditionalForm. Π.χ.

$$\begin{aligned} \text{In}[1] := & \int \text{Sqrt}[x + \text{Sqrt}[x]] \, dx & \left. \vphantom{\int} \right\} \\ \text{Out}[1] = & \frac{1}{12} \sqrt{\sqrt{x} + x} (-3 + 2\sqrt{x} + 8x) + \frac{1}{8} \text{Log}[1 + 2\sqrt{x} + 2\sqrt{\sqrt{x} + x}] & \left. \vphantom{\int} \right\} \\ \text{In}[2] := & \text{TraditionalForm}[\%] & \left. \vphantom{\int} \right\} \\ \text{Out}[2] // \text{TraditionalForm} = & \frac{1}{12} \sqrt{x + \sqrt{x}} (8x + 2\sqrt{x} - 3) + \frac{1}{8} \log(2\sqrt{x} + 2\sqrt{x + \sqrt{x}} + 1) & \left. \vphantom{\int} \right\} \end{aligned}$$

Εικόνα 4. Μορφές αποτελεσμάτων (output) στο Mathematica

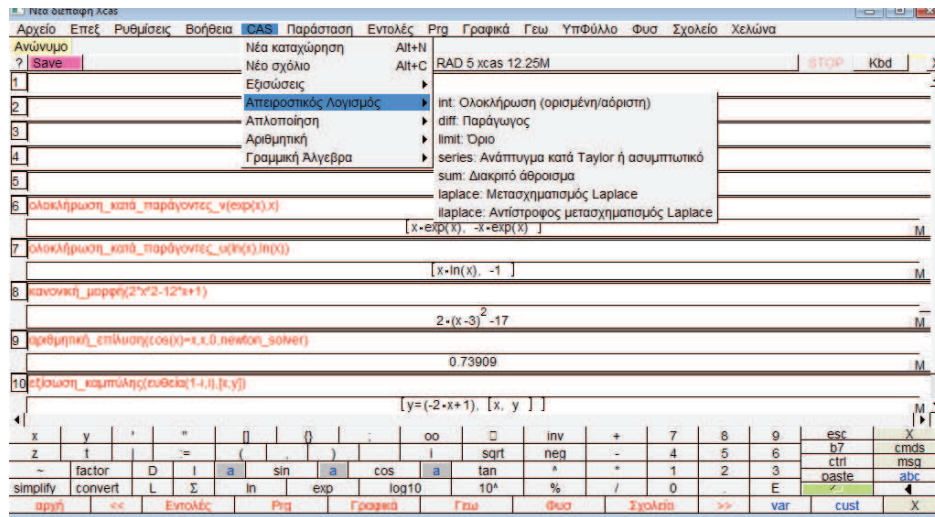
4. Το Μαθηματικό Πακέτο Λογισμικού Xcas

Το Xcas όπως δηλώνει το όνομά του, είναι ένα κατ' εξοχήν σύστημα υπολογιστικής άλγεβρας (Computer Algebra System), με δυνατότητα δωρεάν εγκατάστασης από την ηλεκτρονική διεύθυνση <http://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~parisse/giac.html>. Με αναρίθμητες συναρτήσεις Συμβολικής Άλγεβρας, πραγματοποιεί συμβολικούς υπολογισμούς ακόμα και σε περιβάλλοντα λογιστικών φύλλων (βλ. [Parisse (2007)]). Στο πολύ κατατοπιστικό μενού επιλογών, που η μετάφρασή του στα ελληνικά οφείλεται στην ερευνητική ομάδα του Α. Ακρίτα από το Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας (<http://inf-server.inf.uth.gr/xcas.htm>), υπάρχουν δυνατότητες ενεργοποίησης συναρτήσεων, ομαδοποιημένων κατά ενότητες.



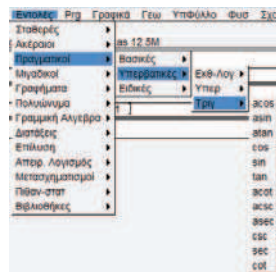
Εικόνα 5. Οι διάφορες επιλογές στο μενού του Xcas

Στην επιλογή CAS της ράβδου επιλογών παρέχονται συντομεύσεις για τις συνήθειες πράξεις εξισώσεων, απειροστικού λογισμού, απλοποίησης συμβολικών παραστάσεων, γραμμικής άλγεβρας. Η διεπιφάνεια του Xcas, προς διευκόλυνση του χρήστη, παρέχει στο κάτω μέρος της εικονικό πληκτρολόγιο για αυτόματη εισαγωγή μαθηματικών συμβόλων και συναρτήσεων κατά την καταχώρηση των παραστάσεων εισόδου. Κάτω από το εικονικό πληκτρολόγιο υπάρχει η δυνατότητα εμφάνισης της λωρίδας εντολών με πλήκτρα:



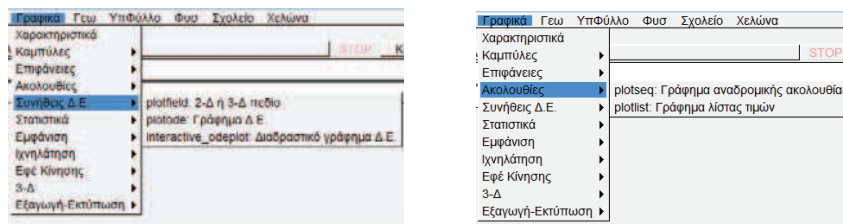
Εικόνα 6. Η διεπαφή (διεπιφάνεια) του Xcas με συνεδρία αλγεβρικών υπολογισμών

Η κάθε συνεδρία του Xcas περιέχει καταχωρήσεις διαφορετικής μορφής ανάλογα με το είδος των υπολογισμών (αλγεβρικοί, γραφικοί, προγραμματιστικοί, υπολογισμοί με σύνολα δεδομένων) που συνοδεύονται από αντίστοιχα μενού επιλογών. Ανάλογα με την καταχώρηση, υπάρχει δυνατότητα αποθήκευσής της σε διαφορετική μορφή αρχείου (.cxx, .eps, ως κείμενο). Σε κάθε είδος καταχώρησης είναι δυνατή η εισαγωγή πολλών συναρτήσεων στα ελληνικά (π.χ. καταχωρήσεις 6-10 στην εικόνα 6). Η εισαγωγή κάποιων συναρτήσεων βιβλιοθήκης γίνεται (και) από το μενού επιλογών:



Εικόνα 7. Η επιλογή Εντολής

Οι συμβολικοί υπολογισμοί ενοποιούνται με γραφικά αποτελέσματα απευθείας από το μενού επιλογών:

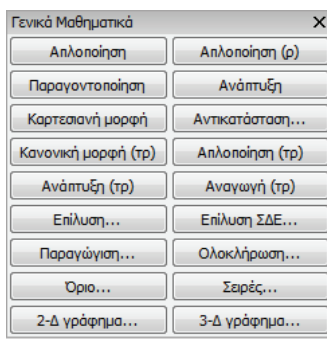


Εικόνα 8. Η επιλογή Γραφικά

5. Το Μαθηματικό Πακέτο Λογισμικού (wx)Maxima

Το (wx)Maxima είναι ένα σύστημα υπολογιστικής άλγεβρας βασισμένο στην έκδοση Macsyma του 1982 από το Πανεπιστήμιο MIT των Η.Π.Α. Το (wx)Maxima όπως και το xcas ανήκει στην κατηγορία των ελεύθερων λογισμικών (διατίθεται δωρεάν στη διεύθυνση <http://maxima.sourceforge.net>). Η διεπιφάνεια του (wx)Maxima προσομοιάζει στη διεπιφάνεια της *Mathematica*, μεταφρασμένη στα ελληνικά. Αξίζει να σημειωθεί ότι η μετάφραση έγινε από την ίδια ερευνητική ομάδα του Α. Ακρίτα. Χαρακτηριστικές λεπτομέρειες λειτουργικής ομοιότητας με τη *Mathematica*, η εκτέλεση των εντολών γίνεται πληκτρολογώντας [SHIFT]+[ENTER], ο τελεστής % παριστάνει το αμέσως προηγούμενο αποτέλεσμα και ο %op το αποτέλεσμα στο ποσοστό κελί, η δυνατότητα απόκρυψης και επανεμφάνισης του περιεχομένου των κελιών, η ευαισθησία σε κεφαλαία και πεζά γράμματα, τα σύμβολα := για ορισμό συνάρτησης.

Το περιβάλλον εργασίας είναι οργανωμένο σε κελιά, με διαθέσιμες παλέτες όπως:



Εικόνα 9. Η παλέτα Γενικά Μαθηματικά

Η διεπιφάνεια του (wx)Maxima υποστηρίζει ελληνικό μενού με τις επιλογές Εξισώσεις Άλγεβρα Μαθηματική Ανάλυση Απλοποίηση, όπου υπάρχουν συντομεύσεις για τις αντίστοιχες συμβολικές πράξεις, γνώρισμα που συναντάται και στο μενού επιλογών του xcas.

6. Συμπεράσματα

Τα σχόλια που προκύπτουν από τις παρατηρήσεις των προηγούμενων παραγράφων, παρατιθέμενες συγκριτικά, συνοψίζονται στα εξής σημεία.

α) Ενσωματωμένες (built-in) συναρτήσεις: σε MATLAB, *xcas*, (wx)Maxima η ονομασία και το στυλ σύνταξης των συναρτήσεων είναι παρόμοια. Η σύνταξη συναρτήσεων στη *Mathematica* απαιτεί τη χρήση των συμβόλων `[]`, `{}`, `()`, `_`, `/.`, `→`, `==` σε έναν πιο φορμαλιστικό τρόπο γραφής. Π.χ. για τον υπολογισμό της εσσιανής μήτρας σε *xcas* και (wx)Maxima γράφουμε `hessian(x^2+y^2,[x,y])`, ενώ στη *Mathematica* `D[x^2+y^2,{{x,y},2}]`. Αυτό σημαίνει αυξημένο κίνδυνο να υποπέσει ο χρήστης της *Mathematica* σε συντακτικά λάθη, ειδικά σε πολύπλοκους υπολογισμούς όπου τοποθετούμε ορίσματα μέσα σε ορίσματα διαδοχικές φορές. Προς αποφυγή συντακτικών λαθών, στο (wx)Maxima παρέχεται αυτόματα το άνοιγμα-κλείσιμο παρενθέσεων ενώ στο *xcas* η κάθε εντολή που καλείται από το μενού επιλογών ενεργοποιεί το αντίστοιχο παράθυρο βοήθειας.

β) Εκτέλεση υπολογισμών: τα *Mathematica*, *Xcas*, (wx)Maxima διαθέτουν περιβάλλοντα εργασίας όπου όλες οι οντότητες είναι a priori συμβολικές. Στο MATLAB πριν την εισαγωγή συμβολικών υπολογισμών η χρήση της εντολής `sym` είναι απαραίτητη και χρονοβόρα διαδικασία.

Σε MATLAB, *xcas* οι συναρτήσεις παράγουν output σε PC απλώς με χρήση [ENTER], στη *Mathematica* και στο (wx)Maxima μπορεί να χρησιμοποιηθεί και ο εξίσου απλός συνδυασμός [SHIFT]+[ENTER]. Τα *xcas*, *Mathematica*, (wx)Maxima έχουν ευαισθησία σε αλλαγές προηγούμενων καταχωρήσεων και δυνατότητα επαναυπολογισμού όλου του φύλλου εργασίας από την αρχή. Στο MATLAB δεν υπάρχει η δυνατότητα αλληλεπίδρασης μεταξύ των υπολογισμών, αλλαγής των input και επαναυπολογισμός τους.

Η γραμμή των βασικών μενού στα *xcas*, (wx)Maxima είναι εμπλουτισμένη με επιλογές που περιέχουν εντολές για κατηγορίες συμβολικών υπολογισμών. Στο MATLAB, και σε μικρότερο βαθμό στη *Mathematica* (αν εξαιρέσουμε την παλέτα Algebraic Manipulation), ο χρήστης είναι υποχρεωμένος να δουλεύει με το πληκτρολόγιο, να γνωρίζει την ορθογραφία και τη σύνταξη των συναρτήσεων, σε ένα περιβάλλον χωρίς συντομεύσεις που οι νέοι χρήστες συνήθως αποζητούν.

γ) Αποτελέσματα υπολογισμών: στα *Mathematica*, *xcas*, (wx)Maxima και όχι στο MATLAB τα αποτελέσματα τυπώνονται όπως στις σελίδες ενός βιβλίου μαθηματικών, σε δισδιάστατες μαθηματικές παραστάσεις ενώ στο ίδιο αρχείο συνδυάζονται κείμενο+υπολογισμοί+γραφικά. Η *Mathematica* επιπλέον διαθέτει τη δυνατότητα αποθήκευσης σε περισσότερες μορφές αρχείων (.txt, .tex, .rtf, .pdf), οπότε ο χρήστης έχει τη δυνατότητα να καταχωρεί τους υπολογισμούς του σε αρχεία

κειμένου για ανάγνωσή τους και σε υπολογιστές που δεν έχουν εγκατεστημένη τη *Mathematica*.

Τα συγκριτικά πλεονεκτήματα των εμπορικών λογισμικών MATLAB και *Mathematica* είναι ότι έχουν ευρύτερες προοπτικές χρήσης. Το MATLAB δίνει δυνατότητες πρόσβασης σε εργαλειοθήκες ειδικών χρήσεων (financial, wavelet, partial differential equation, κ.α.) που δεν υπάρχουν στα άλλα πακέτα και δυνατότητες δημιουργίας νέων κατά τις απαιτήσεις του χρήστη. Η *Mathematica* αποτελεί ένα πλήρες περιβάλλον δημιουργίας ηλεκτρονικών αρχείων με υπολογισμούς, με πληθώρα δυνατοτήτων εισαγωγής δεδομένων και εξαγωγής αποτελεσμάτων. Το τίμημα χρησιμοποίησής τους είναι ο χρόνος που πρέπει να διαθέσει ο χρήστης για εξοικείωση με τη λογική τους – η οποία είναι αμιγώς μαθηματική. Σε αντιπαράβολή με τα πιο φιλικά στη χρήση ελεύθερα λογισμικά Xcas, (wx)Maxima, όπου οι περισσότεροι συμβολικοί υπολογισμοί διατάζονται με κλικ στην αντίστοιχη επιλογή του μενού επιλογών και κάνοντας απλή εισαγωγή των παραστάσεων εισόδου.

7. Προτάσεις για την Εκπαιδευτική Πρακτική

Οι επιλογές ψηφιακών εργαλείων για πραγματοποίηση συμβολικών υπολογισμών στην εκπαιδευτική πρακτική στη Δευτεροβάθμια εκπαίδευση, μπορούν να είναι μόνο τα πακέτα Xcas και (wx)Maxima, λόγω του ελληνικού μενού και της φιλικής διεπιφάνειας. Με περισσότερο σθένος προτείνεται το Xcas: η επιλογή Σχολείο στη βασική ράβδο επιλογών, το διαφοροποιημένο περιβάλλον σε κάθε είδος καταχώρησης και το γεγονός ότι το Xcas είναι ένα πολυεργαλείο (αναφέρεται και ως ελβετικός σουγιάς των μαθηματικών) δίνουν στο Xcas το συγκριτικό πλεονέκτημα.

Στην Τριτοβάθμια εκπαίδευση, οι φοιτητές θετικής κατεύθυνσης ως χρήστες πακέτων συμβολικών υπολογισμών, δεν αναμένεται να αντιμετωπίσουν σοβαρά προβλήματα χειρισμού ή το εμπόδιο της αγγλικής μαθηματικής ορολογίας. Αν το κόστος αγοράς δεν αποτελεί αποθαρρυντικό παράγοντα, τότε, η *Mathematica* αποτελεί τη βέλτιστη επιλογή. Το γεγονός όμως ότι τα ελεύθερα λογισμικά Xcas, (wx)Maxima, είναι απόλυτα αξιοπρεπή CAS (Computer Algebra Systems) λογισμικά, αποτελεί ένα ισχυρό επιχείρημα για να προτιμηθούν και στην Τριτοβάθμια εκπαίδευση. Όταν μάλιστα πρόκειται για φοιτητές Κοινωνικών Επιστημών, τα Xcas και (wx)Maxima έχουν το πρόσθετο πλεονέκτημα ότι αποφεύγουν τη σύνθετη μαθηματική αρχιτεκτονική της *Mathematica*. Τέλος, σε καμία περίπτωση δεν προτείνεται το MATLAB για ενσωμάτωση στην εκπαιδευτική διαδικασία - για να ελαφρύνει τον υπολογιστικό φόρτο σύνθετων συμβολικών υπολογισμών.

Αναφορές

1. Parisse B. (2007), *An introduction to the Xcas interface*, available at http://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~parisse/giac/tutoriel_en.pdf
2. Quarteroni A., Saleri F. (2006), *Scientific computing with MATLAB and Octave* (second edition), Springer-Verlag Heidelberg.
3. Trott M. (2006), *The Mathematica guidebook for symbolics*, Springer.
4. Wolfram S. (1999), *Mathematica, a system for doing mathematics by computer*, 4th ed. Version 4, Cambridge University Press.
5. Αλεξανδρόπουλος Α., Βρυζίδης Λ., Ζαχαροπούλου Σ., Παλιατσός Α. (2006), *Εργαστηριακές ασκήσεις υπολογιστικών μαθηματικών*, Σύγχρονη Εκδοτική, Αθήνα.
6. Καλαβάσης Φ., Μειμάρης Μ. (επιμέλεια) (1997), *Θέματα διδακτικής μαθηματικών III. Διδακτική μαθηματικών και νέες τεχνολογίες*, Gutenberg, Αθήνα.
7. Τραχανάς Σ. (2001), *Mathematica και εφαρμογές*, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, Ηράκλειο.

Abstract

This paper attempts a comparison between commercial and free mathematical software concerning their symbolic capabilities. We provide the choice of four interfaces, MATLAB, *Mathematica*, *Xcas* and (wx)Maxima and underline their differences in the way the information is specified and passed to the kernel. Our approach examines each software package as a submission tool for symbolic mathematics.

Keywords: mathematical software, symbolic computations.